

# A01 Millikan

V. Braun, Fachhochschule Oldenburg/Ostfriesland/Wilhelmshaven,  
Fachbereich Technik, Abteilung Photonik

Doc. 19. September 2002

## 1.1 Einführung

### 1.1.1 Ziel des Versuchs

Der Millikan Versuch ermöglicht den Nachweis der Quantelung der elektrischen Ladung, sowie die Bestimmung der Elementarladung selbst. Mit den vorhandenen Versuchsgeschichten lässt sich dies nach zwei, nachfolgend beschriebenen, Verfahren nachvollziehen. 1910 gelang es R.A. Millikan die Bewegung eines geladenen, frei beweglichen Öltröpfchens, in einem homogenen E-Feld eines Plattenkondensators mittels eines Mikroskopes zu beobachten und durch indirektes Messen die auf das Tröpfchen wirkenden Kräfte zu bestimmen um daraus die Elementarladung zu errechnen.

## 1.2 Theorie

### 1.2.1 Darstellung der wirkenden Kräfte im Plattenkondensator

Wird ein geladenes Öltröpfchen in das homogene E-Feld eines Plattenkondensators gebracht, so sollen die nachfolgenden Fälle für die E-Feldstärke besonders beachtet werden.

#### Fall 1. Die Spannung am Kondensator ist Null

Das Tröpfchen sinkt im feldfreien Raum.

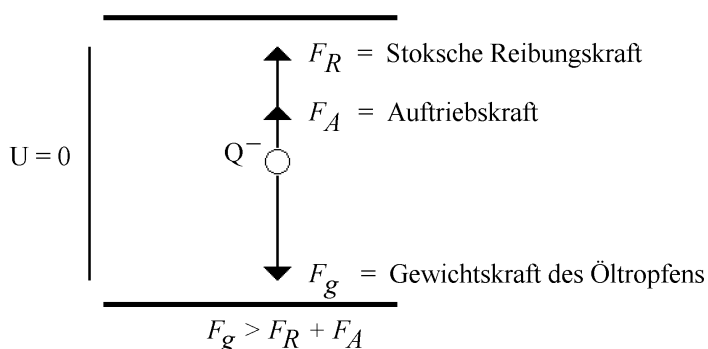


Abbildung 1.1: Spannung am Kondensator ist Null

- $r$  : Radius des Öltröpfchens
- $v_1$  : Sinkgeschwindigkeit des Öltröpfchens
- $m_{Oel}$  : Masse des Öltröpfchens
- $m_{Luft}$  : Masse der vom Öltröpfchen verdrängten Luft

Wie aus Abb. 1.1 zu erkennen ist, sinkt der Tropfen aufgrund der Gewichtskraft. Ihr entgegen wirken die Stokische Reibungskraft und die Auftriebskraft. Folglich wird der Tropfen in Richtung der Gewichtskraft  $F_g$  beschleunigt. Abklingend nach einer e-Funktion geht die Beschleunigung, aufgrund der Luftreibung, in eine nahezu konstante (Fall-) Geschwindigkeit über, so, daß für den Kräfteansatz gilt:

$$\begin{aligned} F_R + F_A - F_g &= 0 \\ F_R - (F_g - F_A) &= 0 \\ 6 \cdot \pi \cdot r \cdot v_1 \cdot \eta - (m_{Oel} - m_{Luft}) \cdot g &= 0 \end{aligned}$$

Die Variablen bezeichnen folgende Gegebenheiten:

$\eta$  : Viskosität der Luft  
 $g$  : Erdbeschleunigung

Setzt man unter Berücksichtigung der Auftriebskraft für den Ausdruck  $(m_{Oel} - m_{Luft}) = m$  und für  $(\rho_{Oel} - \rho_{Luft}) = \rho$  ( $\rho$ :Dichte), so sind  $m$  und  $\sigma$  die entsprechenden, um die Wirkung des Auftriebs verkleinerten Größen. So vereinfacht ergibt sich Gleichung 1.1:

$$\begin{aligned} F_{gA} - F_R &= 0 \\ m \cdot g - 6 \cdot \pi \cdot r \cdot v_1 \cdot \eta &= 0 \\ V \cdot \rho \cdot g - 6 \cdot \pi \cdot r \cdot v_1 \cdot \eta &= 0 \\ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g - 6 \cdot \pi \cdot r \cdot v_1 \cdot \eta &= 0 \end{aligned}$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot v_1 \cdot \eta}{2 \cdot \rho \cdot g}} \quad (1.1)$$

### Fall 2. Die Spannung am Kondensator ist so groß, daß das Tröpfchen steigt

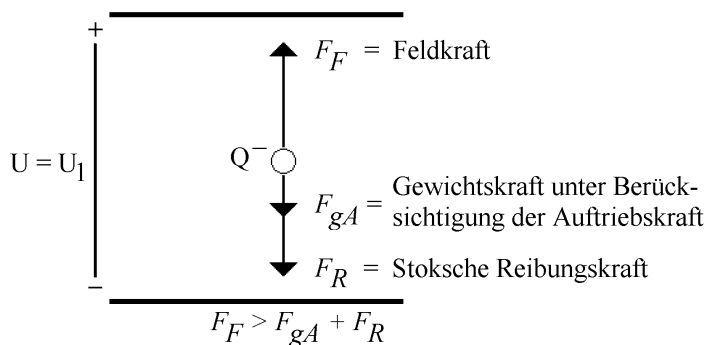


Abbildung 1.2: Tröpfchen steigt

$E$  : elektrische Feldstärke am Plattenkondensator  
 $U$  : Spannung am Plattenkondensator  
 $d$  : Abstand der Kondensatorplatten

Auch hier bewegt sich das Tröpfchen nach einer kurzen Beschleunigungsphase mit einer nahezu konstanten (Steig-) Geschwindigkeit. Für die Aufstellung der Kräftegleichungen ist zusätzlich die elektrische Feldstärke ( $E$ ) zu berücksichtigen. Diese läßt sich aus der anliegenden Spannung  $U$  und dem Abstand den Kondensatorplatten  $d$  berechnen.

$$\begin{aligned} F_{gA} + F_R - F_F &= 0 \\ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot v_2 \cdot \eta - E \cdot Q &= 0 \end{aligned}$$

mit  $E = U/d$  am Plattenkondensator gilt:

$$\frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot v_2 \cdot \eta - \frac{U_1}{d} \cdot Q = 0 \quad (1.2)$$

### Fall 3. Die Spannung am Kondensator ist so groß, daß das Tröpfchen schwebt

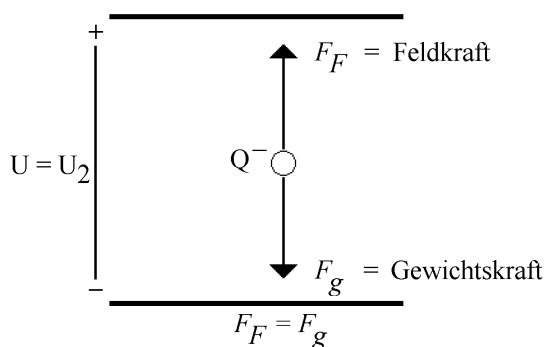


Abbildung 1.3: Gedämpfte Schwingung

Für dieses Kräftegleichgewicht gilt der Ansatz:

$$\begin{aligned} F_g - F_F &= 0 \\ m \cdot g - Q \cdot E &= 0 \\ \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g - Q \cdot \frac{U_2}{d} &= 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Durch Einsetzen von Gleichung 1.1 in Gleichung 1.3 und Auflösen nach  $Q$  ergibt:

$$Q = \frac{6 \cdot \pi \cdot d \cdot \eta \cdot v_1}{U_2} \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_1}{2 \cdot \rho \cdot g}} \quad (1.4)$$

mit  $d = 6 \cdot 10^{-3} m$ ,  $\eta = 1.81 \cdot 10^{-5} Ns/m^2$ ,  $g = 9.81 m/s^2$

Gleichung 1.1 kann auch in Gleichung 1.2 eingesetzt werden und ergibt:

$$Q = (v_1 + v_2) \cdot \frac{\sqrt{v_1}}{U_1} \cdot \eta^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{18 \cdot \pi \cdot d}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot g}} \quad (1.5)$$

Aus der Kenntnis von  $\rho$ ,  $g$ ,  $d$  und  $\eta$  läßt sich Gleichung 1.5 weiter vereinfachen und man erhält schließlich:

$$Q = (v_1 + v_2) \cdot \frac{\sqrt{v_1}}{U_1} \cdot 2 \cdot 10^{-10} \text{ As} \quad (1.6)$$

### 1.2.2 Meßmethoden

Die Ladung  $Q$  der Öltröpfchen ist nach den Gleichungen 1.4 und 1.6 demnach auf zwei Wegen zu ermitteln:

#### Meßmethode nach Gl. 1.4

Gemessen wird die Spannung, bei der das Öltröpfchen in der Millikammern schwebt, sowie die Sinkgeschwindigkeit des Tröpfchens nach Abschalten der Spannung.

#### Meßmethode nach Gl. 1.6

Gemessen wird die Sinkgeschwindigkeit im feldfreien Raum und die Steiggeschwindigkeit bei einer bestimmten Spannung.

## 1.3 Versuch

### 1.3.1 Versuchsvorbereitung

-Netzgerät (Abb.1.4 rechts) am Kippschalter an der Gehäuse-Rückwand einschalten -Okularmikrometer (Abb.1.4 links) vertikal stellen und durch drehen des schwarzen Okularrings scharf einstellen.

Hinweis : Die Beobachtung der Tropfen erfolgt mittels eines Mikroskops, dieses hat zur Folge, daß das Bild auf dem Kopf erscheint. D.h. aufsteigende Tropfen erscheinen als fallende, sinkende Tropfen als aufsteigende.

### 1.3.2 Messung nach Verfahren 1.2.2/ Gl.1.6

- Schalter 17 und 16 nach oben stellen. d.h. Spannung ist eingeschaltet. Stoppuhren sind meßbereit.
- Am Drehknopf 14 eine Spannung oberhalb der Schwebespannung einstellen (Folge: der Tropfen steigt). -Spannung notieren und nicht mehr verstellen.
- nun ein aufsteigendes Tröpfchen mit dem Mikroskop auswählen. Wenn der Tropfen eine bestimmte Meßmarke passiert, (z.B. Skalenstrich 40 der Mikrometerskala) Schalter 17 umlegen. d.h. Stoppuhr 2 zur Messung der Steigzeit  $t$  ist gestartet
- Das steigende Tröpfchen bis zur vorher ausgesuchten Endmarke beobachten und genau beim Erreichen dieser, Schalter 16 nach unten stellen. d.h. Tropfen sinkt Stoppuhr 2 ist gestoppt Stoppuhr 1 ist gestartet
- Das im feldfreien Raum sinkende Tröpfchen beobachten und Schalter 16 genau beim Passieren der Startmarke umlegen. d.h. Stoppuhr 1 wird gestoppt. Stoppuhr 2 wird gestartet und die zweite Steigzeit zur ersten aufaddiert.
- Durch wiederholtes Umlegen des Schalters 16 lassen sich die Tröpfchen fast beliebig oft in ihrer Bewegungsrichtung umkehren.
- Erreicht der beobachtete Tropfen mindestens zum dritten mal die Startmarke wird Schalter 17 umgelegt. Die beiden Stoppuhren zeigen jetzt die aufaddierten Steig- und Fallzeiten an.

Führen Sie diese Messungen an mindestens 15 Tropfen durch, deren Ladung  $\leq$  dem 5 - fachen der Elementarladung ist. D.h. : Für jedes untersuchte Tröpfchen ist sofort die Ladung zu ermitteln. Achtung! Bewegt sich der Tropfen längs des Weges  $s'$  von  $x$  Mikrometer-Skalenteilen  $x = x \cdot 10^{-4} \text{ m}$ , so beträgt unter Berücksichtigung der 1,875 fachen Objektiv-Vergrößerung der tatsächlich zurückgelegte Weg  $x = x \cdot 10^{-4} \text{ m} / 1,875$

Aus dem zurückgelegten Weg (Start-Endmarke) und den dafür benötigten Zeiten lassen sich die Geschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$  er rechnen. Über Gleichung 1.6 gelangt man zu den  $n$ -fachen der Elementarladung.

## 1.4 Auswertung

Nach Ausrechnen der Geschwindigkeit der Tröpfchen, läßt sich die Ladung  $Q = n \cdot e$  berechnen. Stellt man die Meßergebnisse in Form eines Histogramms dar, (z.B. Abb. 1.5) so wird die gequantelte Struktur der elektrischen Ladung bereits deutlich sichtbar. Durch Bildung des größten gemeinsamen Divisors aus den verschiedenen Ladungswerten erhält man die Elementarladung  $e$ . Vergleicht man den auf diese Weise erhaltenen Mittelwert für  $e$  mit dem exakten Wert der Elementarladung  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  As, so zeigt sich, daß der experimentell bestimmte Wert für  $e$  etwa um den Faktor 1.1 zu groß ausgefallen ist. Genauere Untersuchungen zeigten, daß der Faktor umso größer wird, je kleiner der Radius der beobachteten Öltröpfchen ist. Diese Erscheinung ist darauf zurückzuführen, daß das zur Auswertung der Messungen zugrunde liegende Stokessche Gesetz für die Größe der hier vorkommenden Tröpfchen, die etwa zwischen  $10^{-6}$  m und  $10^{-7}$  m und damit in der Größenordnung der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle liegt, nicht mehr exakt gilt.

## 1.5 Anhang/Bilder

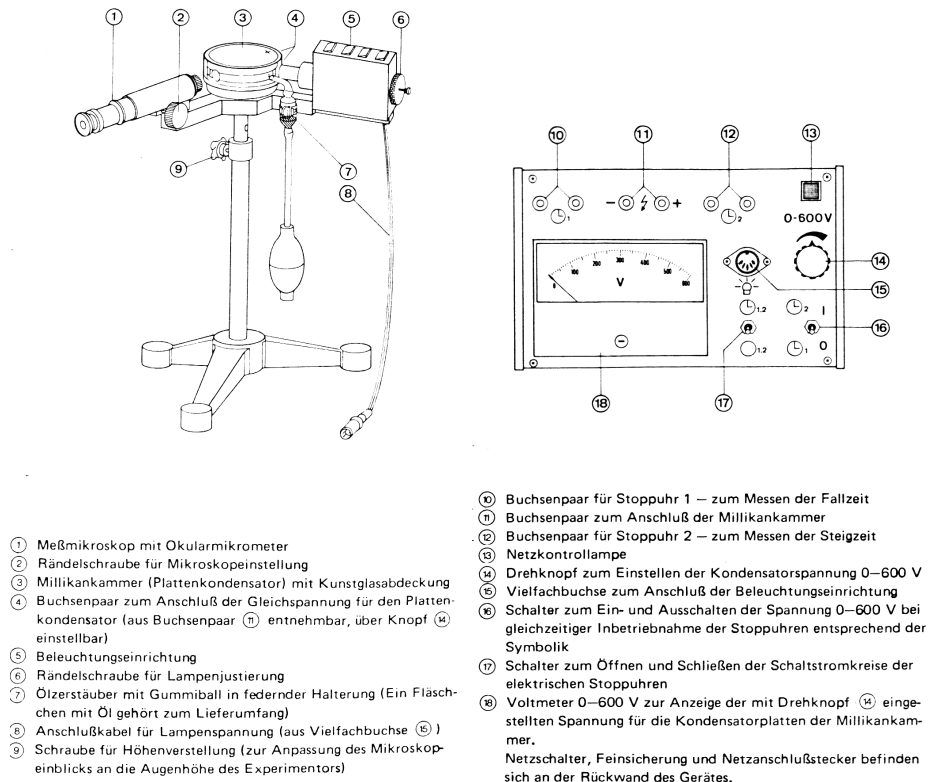


Abbildung 1.4: Versuchsaufbau und Netzgerät

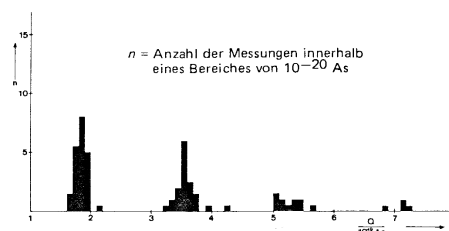


Abbildung 1.5: Histogramm