

H01 Kundtsches Rohr

Dr.R.Boisch, Fachhochschule Oldenburg, Ostfriesland, Wilhelmshaven
Fachbereich Technik, Emden

1. Wellen

In Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern können sich Wellen ausbreiten. Die folgende Beschreibung erfolgt am Beispiel der Umgebungsluft.

Die bei Wellen wichtigsten Größen sind der Schallwechseldruck p_{\sim} als Abweichung vom statischen (mittleren) Luftdruck und die Geschwindigkeit v der beteiligten Luftvolumina, bezeichnet als Schelle.

An einem festen Ort können Schwingungen auftreten, z.B. angeregt durch einen Lautsprecher.

Damit gekoppelt ist ein Schallwechseldruck p_{\sim} , z.B. direkt vor der Lautsprechermembran. Die Schallschnelle v ist die Geschwindigkeit der Lautsprechermembran und der unmittelbar angrenzenden Luftteilchen. Für physikalische Untersuchungen werden häufig harmonische Schwingungen benutzt, deren Schallwechseldruck beschrieben wird durch

$$p_{\sim} = \hat{p} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \rho_0\right),$$

mit \hat{p} = Schalldruckamplitude, T = Periodendauer, t = Zeit, ρ_0 = Nullphase,

außerdem gilt: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ = Kreisfrequenz, $f = \frac{1}{T}$ = Frequenz .

Wenn sich diese ortsfeste Schwingung im Raum ausbreitet, wird daraus eine Welle. Ebene Wellen (siehe später) werden beschrieben durch

$$p_{\sim} = \hat{p} \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right) + \rho_0\right),$$

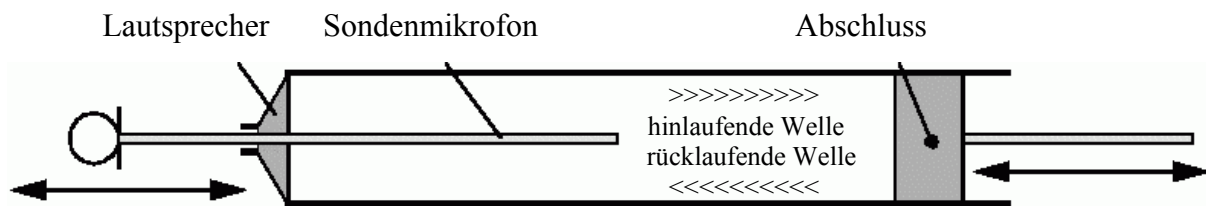
mit x = Abstand von der Quelle und λ = Wellenlänge. Das *Minus* Zeichen gilt bei einer Ausbreitung der Welle in positiver x – Richtung und das *Plus* Zeichen bei entgegengesetzter Ausbreitung. Die zugehörige Ausbreitungsgeschwindigkeit c erhält man zu

$$c = \frac{\lambda}{T} .$$

In einem Rohr mit einem Durchmesser kleiner als die halbe Wellenlänge erhält man ebene Wellen, weil eine Wellenausbreitung nur in Rohrrichtung und nicht quer dazu möglich ist.

2. Kundtsches Rohr

Das Kundtsche Rohr ist ein Rohr endlicher Länge mit einem Lautsprecher und Sondenmikrofon an einem Ende und einem verschiebbaren Abschluss am anderen Ende.

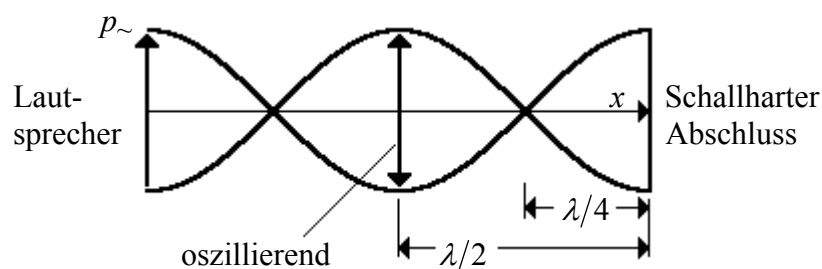


Mit dieser Einrichtung können viele akustische Untersuchungen durchgeführt werden.

3. Stehende Wellen

Die Abschlüsse des Kundtschen Rohres können entweder Wellen reflektieren, absorbieren oder es tritt eine Kombination beider Eigenschaften auf. Ein sogenannter schallharter Abschluss (z.B. Metall, Keramik, Beton etc.) reflektiert zu fast 100%. Wenn das Kundtsche Rohr mit einem schallharten Abschluss verschlossen ist, wird die vom Lautsprecher ausgesandte Welle reflektiert und wir haben eine hinlaufende und eine reflektierte Welle, die nahezu gleiche Amplituden haben.

Am schallharten Abschluss ist die Schallschnelle $v=0$ und die Drücke der hin- und rücklaufenden Welle addieren sich zum doppelten Schallwechseldruck der hinlaufenden Welle. Wenn wir uns jetzt vom Abschluss Richtung Lautsprecher entfernen, treten Laufzeitunterschiede und damit Phasenverschiebungen zwischen hin- und rücklaufender Welle auf, die im Abstand $\lambda/4$ vom schallharten Abschluss genau 180° betragen. An diesem Ort sind hin- und rücklaufende Welle entgegengesetzt gleich groß und löschen sich gegenseitig aus. In einem Abstand $\lambda/2$ vom schallharten Abschluss beträgt die Phasenverschiebung 360° , damit addieren sich die Schallwechseldrücke und wir erhalten wieder den doppelten Wert. Zwischen diesen beiden Extremen besteht ein gleitender Übergang und die Vorgänge wiederholen sich periodisch. Damit erhält man z.B. folgendes Bild für den Schallwechseldruck im Rohr:



An einem festen Ort oszilliert der Schallwechseldruck zwischen den eingezeichneten Maximalwerten und man erhält Orte mit minimalem Schalldruck (Knoten) und Orte mit maximalem Schalldruck (Bäuche). Da diese Orte (bei fester Frequenz) feststehend sind, spricht man von stehenden Wellen.

Mathematisch stellt sich der Zusammenhang folgendermaßen dar:

Welle hinlaufend:	Welle rücklaufend:	Welle gesamt:	
$p_h = \hat{p} \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$,	$p_r = \hat{p} \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)\right)$,	$p_{\sim} = p_h + p_r$	2/4

Additionstheorem :

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2},$$

mit

$$\alpha = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \quad \beta = 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

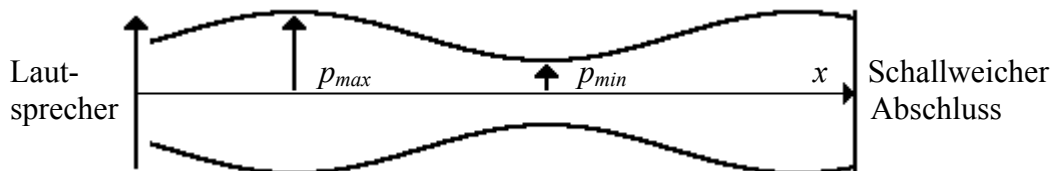
$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 2\pi \frac{t}{T}, \quad \frac{\alpha - \beta}{2} = -2\pi \frac{x}{\lambda}$$

$$p_{\sim} = 2 \hat{p} \left(\sin \left(2\pi \frac{t}{T} \right) \right) \left(\cos \left(-2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \right)$$

Zeitfkt., zwischen ± 1 oszillierend Ortsfunktion

4. Fortschreitende Wellen

Wenn am Abschluss die Schallenergie vollständig absorbiert wird, besteht nur die hinlaufende Welle mit überall gleicher Amplitude. Solche Wellen werden auch fortschreitende Wellen genannt. Wenn am Abschluss teilweise absorbiert und teilweise reflektiert wird, hat die reflektierte Welle eine niedrigere Amplitude als die hinlaufende Welle. Damit sind in den Knoten die Auslöschungen nicht 100%ig und man erhält folgendes Bild:



In den Bäuchen sind hin- und rücklaufende Wellen gleichphasig und man erhält:

$$p_{max} = \hat{p}_h + \hat{p}_r$$

In den Knoten sind hin- und rücklaufende Wellen gegenphasig und man erhält:

$$p_{min} = \hat{p}_h - \hat{p}_r$$

Für den Abschluss definiert man einen Reflexionsfaktor r , dessen Betrag man erhält zu:

$$|r| = \frac{\hat{p}_r}{\hat{p}_h}, \quad \text{daraus folgt (d. Add. und Sub.) :} \quad |r| = \frac{p_{max} - p_{min}}{p_{max} + p_{min}}$$

5. Aufgabenstellung

1. Bestimmen Sie mit einem schallharten Abschluss bei drei Frequenzen (ca. 500Hz, 1kHz, 2kHz) die Wellenlängen und berechnen Sie die Schallgeschwindigkeit.
2. Bestimmen Sie den Betrag des Reflexionsfaktors von einem „ $\lambda/4$ - Absorber“ bei obigen Frequenzen.
3. Triggern Sie den Oszillografen mit der Ausgangsspannung des Tongenerators und beobachten Sie das Signal des Sondenmikrofons bei obigen Frequenzen, während Sie es langsam durch das Rohr schieben. Achten Sie dabei besonders auf die Phasenlage. Benutzen Sie beide Abschlüsse. Beschreiben und Interpretieren Sie die Ergebnisse.

6. Stichworte

Schwingung – Welle, harmonische Schwingung – harmonische Welle, stehende Welle, Wellenlänge, Frequenz, Periodendauer, konstruktive und destruktive Interferenz, Phase, Reflexion, Absorption, usw.