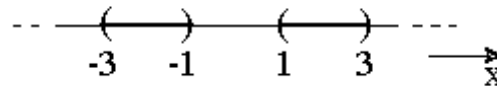


(B1)

M1:



$$M_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid (x \leq -3) \vee (-1 \leq x \leq 1) \vee (x \geq 3)\}.$$

$$\text{oder: } M_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -3\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$$

(B2) Sind die Mengen A und B gleich ?

$$A = \{u, p, q, s, t\}, \quad B = \{u, p, q, s, t, qu, st\}$$

Nein, B enthält die Elemente (= Worte) qu, st zusätzlich

(B3) Wie ändert sich der Wert einer Determinante, wenn

a) zwei Zeilen miteinander vertauscht werden:

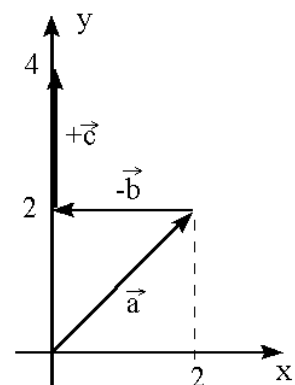
Das Vorzeichen wird vertauscht.

b) eine Zeile zu einer anderen addiert wird :

Keine Änderung

(B4) Gegeben seien die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ 

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 2-2+0 \\ 2-0+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$



$$(B5) \quad \vec{a}^0 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}; \quad |\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\vec{a}^0 = \begin{pmatrix} 0,707 \\ 0,707 \end{pmatrix}$$

$$\text{Die Länge von } \vec{b} \text{ ist } b_x = 2. \text{ Also wird } \vec{b}^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(B6) Gegeben: Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Für  $\vec{a} \perp \vec{b}$  muß gelten:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-3) + 2 \cdot 2 + (-3) \cdot 1 = -2$ , also stehen die Vektoren nicht senkrecht aufeinander.

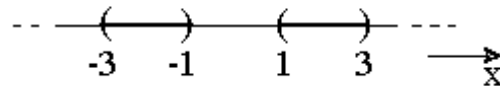
(B7) Die beiden Vektoren aus B6 spannen im Raum ein Parallelogramm auf (sie bilden zwei Seiten des Parallelogramms). Gesucht ist die Fläche dieses Parallelogramms.

Fläche  $F = |\vec{a} \times \vec{b}|$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 1 & 2 & -3 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - (-6) \\ 9 - 1 \\ 2 - (-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{3 \cdot 8^2} = 8 \cdot \sqrt{3} = 13,86$$

(B1)

**M1:**

$$M_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid (x \leq -3) \vee (-1 \leq x \leq 1) \vee (x \geq 3)\}.$$

$$\text{oder: } M_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -3\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$$

- (B2) Sind die Mengen A und B gleich?  $A = \{u, p, q, s, t\}$ ,  $B = \{u, p, q, s, t, up, st\}$  (2 P.)  
 Nein, B enthält die Elemente (= Worte) up, st zusätzlich

- (B3) Wie ändert sich der Wert einer Determinante, wenn

a) eine Zeile von einer anderen subtrahiert wird:

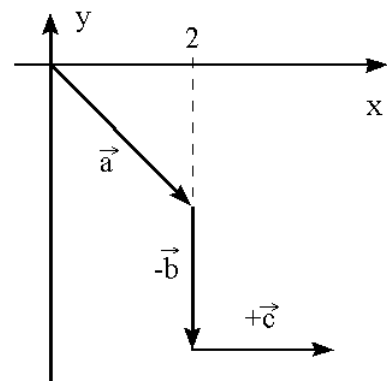
Keine Änderung

b) zwei Zeilen miteinander vertauscht werden?

Das Vorzeichen wird vertauscht.

- (B4) Gegeben seien die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 - 0 + 2 \\ -2 - 2 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$$



- (B5) Gesucht ist der Einsektor ( der Länge 1 ) zu den Vektoren a und b in Aufgabe B4.

$$\vec{a}^0 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}; \quad |\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \quad \vec{a}^0 = \begin{pmatrix} 0,707 \\ 0,707 \end{pmatrix}$$

$$\text{Die Länge von } \vec{b} \text{ ist } b_y = 2. \text{ Also wird } \vec{b}^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(B6) Gegeben: Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Für  $\vec{a} \perp \vec{b}$  muß gelten:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + (-2)(-2) + 3 \cdot 1 = 10$ , also stehen die Vektoren nicht senkrecht aufeinander.

(B7) Die beiden Vektoren aus B6 spannen im Raum ein Parallelogramm auf (sie bilden zwei Seiten des Parallelogramms). Gesucht ist die Fläche dieses Parallelogramms. ( 14 P.)

Fläche  $F = |\vec{a} \times \vec{b}|$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -2+6 \\ 9-1 \\ -2+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{2 \cdot 4^2 + 8^2} = \sqrt{96} = 1,8$$