

Lösungen zu: Mathe 1 (3) - Übungen / Blatt 7

zu 7.1 a) $\vec{g}(t) = \vec{a} + t \cdot (\vec{b} - \vec{a})$
mit $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, (\vec{b} - \vec{a}) = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$

7.1 b) y - z -Ebene heißt: $g_x = 0$
 $g_x(t_0) = 1 + t_0 \cdot (-2) \stackrel{!}{=} 0$
 $t_0 = \frac{1}{2}$

t_0 eingesetzt ergibt:

$$\left. \begin{aligned} g_y(t_0) &= 0 + \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2} \\ g_z(t_0) &= 1 + \frac{1}{2} \cdot (-1) = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} G = (0; \frac{1}{2}; \frac{1}{2})$$

7.1 c) (i) Über die Gleichung $g_x(t_0) \stackrel{!}{=} 0$:
die Gleichung muß eine reelle Nullstelle haben.

(ii) Die Gerade $\vec{g}(t)$ darf nicht parallel zur
 y - z -Ebene liegen, d.h. die Gerade darf
nicht senkrecht auf der x -Achse stehen:

$$(\vec{b} - \vec{a}) \cdot \vec{e}_x \neq 0 !$$

Vektor in Richtung der Geraden

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -2 \cdot 1 \neq 0$$

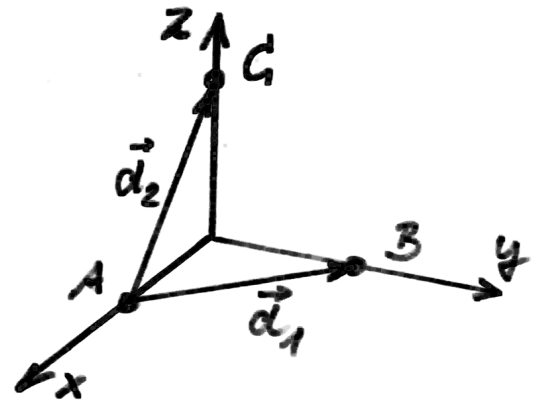
Lösungen zu Mathe 1 (3) - Übungen / Blatt 7

zu 7.2

a) Bezugspunkt: A

$$\vec{d}_1 = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_2 = \vec{c} - \vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$



Ebene: $\vec{p}(\lambda, \mu) = \vec{a} + \lambda \cdot \vec{d}_1 + \mu \cdot \vec{d}_2$

$$\vec{p}(\lambda, \mu) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) Normalenvektor entsteht (z.B.) mit $\vec{n} = \vec{d}_1 \times \vec{d}_2$

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Für einen Punkt der Ebene gilt:

$$(\vec{p} - \vec{a}) \cdot \vec{n} = 0, \quad \underline{\vec{p} \cdot \vec{n} - \vec{a} \cdot \vec{n} = 0}$$

c) aus b) weiter:

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = 1 \cdot 2 + 0 + 0 = 2$$

Mit $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ folgt:

$$\underline{2 \cdot x + 2 \cdot y + 1 \cdot z - 2 = 0}$$