

L ö s u n g e n

13.1 Gesucht sind die Determinanten

$$D_1 = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{vmatrix} = s_{11} s_{22} - s_{12} s_{21}; \quad D_2 = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 14; \quad D_3 = \begin{vmatrix} 15 & 2 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = 6$$

13.2 Gesucht ist jeweils der Wert der Determinante

a) mit der Regel nach SARRUS, b) durch Entwicklung nach einer Zeile oder Spalte.

$$D_1 = \begin{vmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ -2 & 5 & -1 \end{vmatrix} \quad D_2 = \begin{vmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

a) $D_1 = -28 + 2 + 0 - (-16 + 35 + 0) = -45$

oder $D_1 = 4 \cdot \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 7 & -1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-3) - (33) = -45$

b) $D_2 = -2 \cdot 4 \cdot (-1) = 8$ oder $D_2 = -1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -(-8 - 0) = +8$

13.3 Gesucht ist der Wert der Determinante

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 5 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -25$$

13.4 Gegeben ist die Determinante

$$D = \begin{vmatrix} 3 & x \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

Gesucht ist der Wert von x, so daß $D = 0$ wird.

Ansatz: $0 = -3 - 2x$, also $2x = -3$, $x = -3/2$

13.5 Gegeben:

$$D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad D_2 = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}$$

Behauptung: Man kann die Summe $D_1 + D_2$ ermitteln, indem man zuerst die sich entsprechenden Elemente der Determinanten addiert und danach den Wert der Summendeterminante bestimmt:

$$D_S = D_1 + D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{vmatrix}$$

Untersuchen Sie die Behauptung allgemein !

$$D_1 = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} \quad \text{und} \quad D_2 = b_{11} b_{22} - b_{12} b_{21}$$

$$D_S = (a_{11} + b_{11}) \cdot (a_{22} + b_{22}) - (a_{12} + b_{12}) \cdot (a_{21} + b_{21}) = a_{11} a_{22} + a_{11} b_{22} + \dots$$

In der Summendeterminante D_S kommen Produkte vor, die es in den Ausdrücken für D_1 und D_2 gar nicht gibt. Also ist die Behauptung falsch.